

**PEMANFAATAN AUGMENTED REALITY DENGAN GEOGEBRA DALAM
MENGANALISIS PEMAHAMAN MAHASISWA MATEMATIKA
TERHADAP BARISAN CAUCHY DAN KONTRAKTIF**

**Agnes Venita Gultom¹, Chintia Utami³, Hany Mory Ferbiona Br Purba³, Michael Christian
Simanullang⁴**

Email: agnesvenita226@gmail.com, chintiautami0610@gmail.com, hanybrpurba@gmail.com,
michaelsimanullang@unimed.ac.id

¹²³⁴ Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Medan, Indonesia

Abstrak

Pembelajaran konsep abstrak dalam matematika, seperti Barisan Cauchy dan Barisan Kontraktif, sering kali menjadi tantangan bagi mahasiswa karena sifatnya yang kompleks dan membutuhkan pemahaman visual yang mendalam. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pemahaman mahasiswa terhadap konsep tersebut dengan memanfaatkan Augmented Reality (AR) berbasis GeoGebra sebagai alat bantu visualisasi. Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif dengan pendekatan studi kasus terhadap seorang mahasiswa program studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan. Data diperoleh melalui observasi, analisis jawaban mahasiswa, serta evaluasi pemahaman sebelum dan sesudah penggunaan GeoGebra. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan GeoGebra dalam pembelajaran barisan Cauchy memberikan dampak positif terhadap pemahaman mahasiswa. Visualisasi interaktif memungkinkan mahasiswa untuk mengamati bagaimana elemen dalam barisan semakin rapat seiring bertambahnya indeks, serta memahami peran parameter dalam menentukan konvergensi barisan. Dengan demikian, penelitian ini menegaskan bahwa integrasi teknologi AR dengan GeoGebra berperan signifikan dalam meningkatkan pemahaman konsep matematika yang abstrak. Hasil penelitian ini dapat menjadi referensi bagi dosen dan mahasiswa dalam meningkatkan efektivitas pembelajaran Analisis Real serta sebagai dasar pengembangan metode pembelajaran berbasis teknologi di masa depan.

Kata Kunci : Barisan Cauchy, Barisan Kontraktif, GeoGebra, Augmented Reality, Analisis Real

Abstract

Learning abstract mathematical concepts, such as Cauchy Sequences and Contractive Sequences, is often challenging for students due to their complexity and the need for deep visual understanding. This study aims to analyze students' comprehension of these concepts by utilizing Augmented Reality (AR) based on GeoGebra as a visualization tool. A qualitative descriptive method was used with a case study approach involving a mathematics education student at Universitas Negeri Medan. Data were collected through observations, analysis of student responses, and evaluations of understanding before and after using GeoGebra. The results indicate that using GeoGebra in learning Cauchy sequences positively impacts students' understanding. Interactive visualization allows students to observe how the elements in a sequence become increasingly dense as the index grows, as well as to understand the role of parameters in determining sequence convergence. Thus, this study confirms that integrating AR technology with GeoGebra significantly enhances comprehension of abstract mathematical concepts. The findings can serve as a reference for lecturers and students in improving the effectiveness of Real Analysis learning and as a foundation for developing future technology-based learning methods.

Kata Kunci: *Cauchy Sequences, Contractive Sequences, GeoGebra, Augmented Reality, Real Analysis*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan disiplin ilmu yang memiliki konsep abstrak dan kompleks, salah satunya adalah teori barisan dalam Analisis Real. Konsep Barisan Cauchy dan Kontraktif sangat penting dalam memahami kekonvergenan dan sifat dasar ruang metrik, tetapi sering kali menjadi tantangan bagi mahasiswa dalam memahami konsep ini secara intuitif karena sifatnya yang abstrak dan membutuhkan daya visualisasi yang tinggi (Efendi et al., 2018). Metode pembelajaran konvensional yang masih bersifat tekstual dan simbolik sering kali kurang efektif dalam membantu mahasiswa membangun pemahaman konseptual yang mendalam. Oleh karena itu, diperlukan inovasi dalam pembelajaran yang mampu mengakomodasi kebutuhan visualisasi dan interaksi yang lebih dinamis (Lai et al., 2019).

Seiring perkembangan teknologi, berbagai metode inovatif mulai diterapkan dalam pembelajaran matematika, salah satunya adalah *Augmented Reality (AR)*. Teknologi ini mengkombinasi objek buatan komputer, dua dimensi atau tiga dimensi, ke dalam lingkungan nyata di sekitar pengguna secara *real time* (Turan et al., 2018). Objek yang ditampilkan pada *Augmented Reality (AR)* membantu pengguna dalam menghasilkan pemahaman atau gambaran baru yang memungkinkan berinteraksi dengan lingkungannya (Nelson et al., 2022). Selain itu, perangkat lunak *GeoGebra* yang terkenal dalam visualisasi matematika, dapat dikombinasikan dengan AR untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap konsep barisan. Berbagai penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa teknologi AR dalam pembelajaran matematika mampu meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa serta memberikan pengalaman belajar yang lebih menarik. (Jurnal penelitian sebelumnya) (Riani et al., 2021). Oleh karena itu, penelitian ini berfokus pada pemanfaatan AR dengan *GeoGebra* untuk menganalisis pemahaman mahasiswa matematika dalam memahami *Barisan Cauchy* dan *Kontraktif* (Guntur et al., 2020). Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi dosen dan mahasiswa dalam meningkatkan efektivitas pembelajaran Analisis Real melalui teknologi AR dan *GeoGebra* (Arici et al., 2019).

Kajian Pustaka

Barisan Cauchy dan Kontraktif dalam Analisis Matematika

Barisan Cauchy merupakan konsep fundamental dalam analisis matematika yang berkaitan dengan kekonvergenan suatu barisan dalam ruang metrik. Barisan Cauchy adalah jenis barisan yang mengukur kedekatan setiap dua suku barisan (Chang & Hwang, 2018). Secara formal, sebuah barisan $\{x_n\}$ disebut Cauchy jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat bilangan bulat positif N sedemikian sehingga untuk semua $m, n \geq N$, berlaku (Noviani & Fajri, 2022):

$$d(x_m, x_n) < \varepsilon$$

Artinya, semakin jauh indeks barisan, selisih antar suku dalam barisan tersebut menjadi semakin kecil. Sifat ini menunjukkan bahwa meskipun limit dari barisan tidak diketahui secara langsung, elemen-elemen dalam barisan tetap mendekati satu sama lain pada suatu titik dalam ruang metrik (Qomario et al., 2022).

Sementara itu, Barisan Kontraktif merupakan barisan yang memenuhi sifat kontraksi, yaitu ada konstanta $0 \leq k < 1$ sehingga untuk semua m, n :

$$d(x_{n+1}, x_n) \leq k \cdot d(x_n, x_{n-1})$$

Barisan ini memiliki sifat khusus, yaitu selalu menuju suatu titik tetap (Huda, 2008).

Augmented Reality (AR) dan Geogebra dalam Pembelajaran Matematika

Augmented Reality adalah teknologi yang menggabungkan benda maya dua dimensi atau tiga dimensi kemudian lalu memproyeksikan benda maya tersebut dalam waktu nyata. Augmented Reality

Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang
Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif

didefinisikan sebagai teknologi yang menggabungkan dunia nyata dengan dunia maya, bersifat interaktif menurut waktu nyata, serta berbentuk animasi tiga dimensi (Pangestu et al., 2019). Dengan demikian Augmented Reality (AR) dapat didefinisikan sebagai sebuah teknologi yang mampu menggabungkan benda maya dalam dua dimensi atau tiga dimensi ke dalam sebuah lingkungan yang nyata kemudian memunculkannya atau memproyeksikannya secara real time (Bursali & Yilmaz, 2019);(Andriyani & Buliali, 2021). AR merupakan sebuah konsep menggabungkan dunia maya dengan dunia nyata untuk menghasilkan informasi dari data yang diambil dari sebuah sistem pada objek nyata yang ditunjuk sehingga batas antara keduanya menjadi semakin tipis (Lestari et al., 2018). AR dapat menciptakan interaksi antara dunia nyata dengan dunia maya, semua informasi dapat ditambahkan sehingga informasi tersebut ditampilkan secara real time seolah-olah informasi tersebut menjadi interaktif dan nyata (Nuryana & Wintarti, 2022). Konsep AR sendiri pertama kali diperkenalkan oleh Thomas P. Caudell pada tahun 1990 dalam The Term 'Augmented Reality'. Ada tiga karakteristik yang menyatakan suatu teknologi menerapkan konsep AR:

1. Mampu mengkombinasikan dunia nyata dan dunia maya.
2. Mampu memberikan informasi secara interaktif dan realtime.
3. Mampu menampilkan dalam bentuk tiga dimensi (Nurwijaya, 2022).

METODE

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif dengan pendekatan studi kasus untuk menganalisis pemahaman mahasiswa terhadap konsep Barisan Cauchy dan Kontraktif setelah diberikan demonstrasi menggunakan Augmented Reality (AR) berbasis GeoGebra. Metode ini dipilih karena penelitian berfokus pada eksplorasi mendalam terhadap respons dan pemahaman mahasiswa setelah mendapatkan pembelajaran berbasis teknologi (Untari, Hasanah, Wardana, & Andhita, 2022). Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Negeri Medan pada 18 Februari 2025 dengan subjek penelitian seorang mahasiswa dari program studi Pendidikan Matematika. Pemilihan subjek dilakukan berdasarkan kriteria tertentu, yaitu mahasiswa yang telah menempuh mata kuliah Analisis Real yang memiliki pemahaman dasar mengenai barisan dalam matematika, serta bersedia berpartisipasi dalam penelitian ini (Kartini et al., 2020).

Langkah-langkah penelitian diawali dengan pengembangan media Augmented Reality berbasis GeoGebra yang dirancang untuk memvisualisasikan konsep Barisan Cauchy dan Kontraktif secara interaktif (Hidayat, 2015). Setelah media selesai dikembangkan, dilakukan demonstrasi kepada subjek penelitian (Theodoropoulos & Lepouras, 2021). Demonstrasi ini dilakukan secara daring melalui Google Meet (GMeet), di mana peneliti menyajikan materi menggunakan AR sambil berinteraksi langsung dengan mahasiswa untuk memastikan pemahaman mereka terhadap konsep yang diberikan. Setelah sesi demonstrasi selesai, mahasiswa diberikan angket berisi sejumlah soal terkait materi yang telah dipelajari. Angket ini bertujuan untuk mengukur pemahaman mahasiswa serta mengevaluasi efektivitas penggunaan AR dalam pembelajaran matematika (Sara & Danawak, 2021).

Dalam penelitian ini, data dikumpulkan dari hasil angket dan observasi selama sesi demonstrasi berlangsung (Mourtzis et al., 2020). Teknik analisis data yang digunakan adalah analisis deskriptif kualitatif, yang meliputi beberapa tahapan utama (Mursyidah, 2022). Tahap pertama adalah reduksi data, yaitu proses menyeleksi dan merangkum data dari angket serta catatan observasi. Selanjutnya, data yang telah dikategorikan disajikan dalam bentuk deskripsi naratif pada tahap penyajian data. Terakhir, dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis untuk mengevaluasi efektivitas penggunaan AR dalam meningkatkan pemahaman mahasiswa mengenai Barisan Cauchy dan Kontraktif (Widyasari & Mastura, 2020).

Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang| Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif

Instrumen penelitian yang digunakan meliputi media Augmented Reality berbasis GeoGebra, angket tertulis untuk mengukur pemahaman mahasiswa, serta catatan observasi untuk mencatat respons mahasiswa selama demonstrasi berlangsung. Dengan metode penelitian ini, diharapkan dapat diperoleh gambaran yang jelas mengenai dampak penggunaan teknologi AR dalam mendukung pembelajaran matematika, khususnya dalam memahami konsep abstrak seperti Barisan Cauchy dan Kontraktif (Sukma et al., 2022).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis *Augmented Reality* dengan GeoGebra memberikan dampak positif terhadap pemahaman mahasiswa mengenai konsep barisan Cauchy (Hendriyani et al., 2019). Melalui visualisasi interaktif, mahasiswa dapat mengamati secara langsung bagaimana elemen-elemen dalam suatu barisan semakin rapat seiring bertambahnya indeks, serta memahami peran parameter dalam menentukan konvergensi barisan tersebut (Suciliyana & Rahman, 2020). Analisis terhadap jawaban mahasiswa sebelum dan sesudah menggunakan *GeoGebra* menunjukkan adanya peningkatan dalam ketepatan penggunaan notasi matematis, pemahaman terhadap sifat barisan Cauchy, serta kemampuan dalam menyusun pembuktian formal. Pembahasan berikut menguraikan secara rinci bagaimana penggunaan GeoGebra membantu mahasiswa dalam memahami konsep barisan Cauchy dan kaitannya dengan barisan kontraktif (Untari, Hasanah, Wardana, & Jazuli, 2022).

Definisi Barisan Cauchy

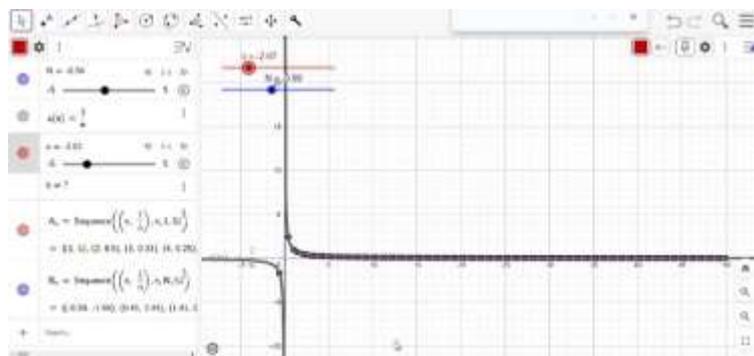
Pada penelitian ini, mahasiswa diberikan pertanyaan terkait definisi barisan Cauchy dan diminta memberikan contoh. Sebelum menggunakan Geogebra, mahasiswa memahami bahwa barisan Cauchy merupakan barisan bilangan yang elemennya semakin mendekati satu sama lain seiring bertambahnya indeks. Namun, penjelasannya cenderung bersifat intuitif dan kurang didukung oleh notasi matematis yang formal. Setelah memperoleh pemahaman melalui GeoGebra, terdapat beberapa perbaikan dalam jawaban mereka (Hsu et al., 2019). Dari hasil pengerjaan, mahasiswa menjelaskan bahwa barisan Cauchy terdiri dari elemen-elemen yang semakin rapat seiring bertambahnya indeks, meskipun limitnya tidak diketahui (Chusna et al., 2021). Contoh yang diberikan, $a_n = \frac{1}{n}$, menunjukkan pemahaman yang cukup baik karena barisan ini memang memiliki sifat Cauchy dalam ruang metrik bilangan *real*. Namun, aspek formalitas dalam definisi belum sepenuhnya dijelaskan, terutama terkait dengan ketergantungan jarak antar elemen terhadap nilai ε . Secara intuitif, pemahaman ini sudah cukup baik karena menunjukkan bahwa mahasiswa memahami bahwa sifat utama barisan Cauchy adalah keterdekatan elemen-elemen dalam barisan untuk indeks yang besar. Namun, kelemahan dalam jawaban mahasiswa adalah tidak mencantumkan definisi formal dari barisan Cauchy. Definisi yang lebih rigor dari barisan Cauchy dalam suatu ruang metrik (X, d) adalah:

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ sehingga } \forall m, n \geq N, d(x_m, x_n) < \varepsilon$$

Penting bagi mahasiswa untuk membiasakan diri menggunakan definisi matematis yang lebih formal agar dapat memahami konsep secara lebih mendalam dan dapat membuktikan sifat-sifatnya secara sistematis. Pemahaman intuitif memang merupakan langkah awal yang baik, tetapi dalam ranah analisis matematika, formalitas dalam definisi dan pembuktian sangatlah penting. Selain itu, mahasiswa seharusnya juga mengklarifikasi bahwa barisan Cauchy tidak selalu memiliki limit, kecuali jika berada dalam ruang metrik lengkap (Crispin, 2024).

Untuk memperjelas pemahaman ini, dilakukan visualisasi dengan GeoGebra, yang menunjukkan bagaimana elemen-elemen dalam barisan semakin mendekati satu sama lain saat n bertambah besar. Pada grafik yang dihasilkan, titik-titik yang merepresentasikan elemen barisan

Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang | Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif tampak semakin rapat mendekati nol, sesuai dengan sifat barisan Cauchy.



Gambar 1. Grafik Barisan Cauchy

Kriteria Konvergensi Cauchy

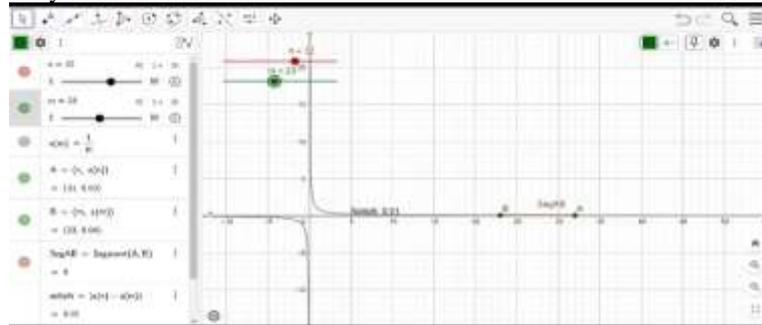
Pada pengerjaan mahasiswa, dijelaskan bahwa jika ϵ diperbesar, maka semakin banyak elemen dalam barisan yang memenuhi sifat Cauchy. Sebaliknya, jika ϵ diperkecil, akan ada kemungkinan elemen yang tidak memenuhi sifat tersebut. mahasiswa mencoba menjelaskan bagaimana perubahan nilai ϵ mempengaruhi sifat barisan Cauchy. Dinyatakan bahwa jika ϵ diperbesar, maka lebih banyak pasangan indeks yang memenuhi sifat Cauchy, sedangkan jika ϵ diperkecil, maka ada kemungkinan terdapat pasangan indeks yang tidak memenuhi kondisi Cauchy. Pemahaman ini menunjukkan intuisi yang baik terhadap konsep Cauchy, tetapi mahasiswa belum secara eksplisit membahas bahwa dalam ruang metrik lengkap, setiap barisan Cauchy pasti konvergen. Selain itu, mahasiswa tidak membahas apakah ruang tempat barisan tersebut berada adalah lengkap atau tidak, yang merupakan aspek penting dalam kriteria konvergensi Cauchy (Prasetyo et al., 2018). Seharusnya, mahasiswa juga menyebutkan bahwa dalam ruang metrik tidak lengkap, terdapat kemungkinan barisan Cauchy yang tidak memiliki limit dalam ruang tersebut. Misalnya, dalam ruang \mathbb{Q} dengan metrik standar, terdapat barisan Cauchy yang tidak konvergen karena limitnya berada di \mathbb{R}/\mathbb{Q} .

Secara formal, kriteria ini dapat dinyatakan sebagai:

Jika $\{x_n\}$ adalah barisan Cauchy dalam ruang metrik lengkap (X, d) , maka $\{x_n\}$ konvergen di X .

Pada implementasi GeoGebra, dilakukan visualisasi terhadap dua jenis barisan:

1. Barisan Cauchy dalam ruang metrik lengkap, di mana titik-titik semakin rapat dan mendekati limit tertentu.
2. Barisan Cauchy dalam ruang metrik tidak lengkap, di mana titik-titik semakin rapat tetapi tidak memiliki limit dalam ruang tersebut.



Gambar 2. Grafik Konvergensi Cauchy

Barisan Kontraktif dan Barisan Cauchy

Pada bagian ketiga, mahasiswa membahas barisan kontraktif dan kaitannya dengan barisan Cauchy. Mahasiswa menunjukkan pemahaman yang cukup baik dengan menyajikan bukti bahwa setiap barisan kontraktif merupakan barisan Cauchy. Bukti yang diberikan menggunakan ketidaksamaan segitiga untuk menunjukkan bahwa jarak antar suku dalam barisan semakin kecil seiring bertambahnya indeks. Hal ini sesuai dengan sifat barisan kontraktif yang memenuhi ketidaksamaan:

$$d(x_{n+1}, x_n) \leq k \cdot d(x_n, x_{n-1})$$

Dengan $0 < k < 1$. Mahasiswa juga berhasil menunjukkan bahwa jumlah dari deret geometri yang terbentuk dari jarak antar suku semakin kecil, sehingga dapat disimpulkan bahwa barisan tersebut adalah Cauchy. Namun, mahasiswa hanya membuktikan bahwa barisan kontraktif adalah Cauchy tanpa menjelaskan implikasi lebih lanjut, seperti bagaimana barisan kontraktif dapat digunakan dalam teorema titik tetap Banach untuk menunjukkan bahwa barisan tersebut tidak hanya Cauchy tetapi juga pasti konvergen ke suatu titik tetap dalam ruang metrik lengkap. Pemahaman mahasiswa akan lebih mendalam jika mereka juga mengaitkan hasil yang diperoleh dengan konsep teorema titik tetap, yang merupakan salah satu aplikasi utama dari barisan kontraktif dalam analisis matematika.

Dalam kaitannya dengan visualisasi GeoGebra yang telah digunakan, mahasiswa telah berhasil memodelkan barisan yang mereka bahas secara grafis. Pada visualisasi barisan Cauchy, terlihat bagaimana jarak antara elemen-elemen dalam barisan semakin kecil seiring bertambahnya indeks, yang sesuai dengan definisi Cauchy. Namun, dari tampilan grafik, tidak secara eksplisit ditunjukkan apakah barisan tersebut benar-benar berkonvergensi atau hanya memenuhi sifat Cauchy tanpa adanya limit dalam ruang metrik yang diberikan. Untuk meningkatkan pemahaman, sebaiknya mahasiswa juga menampilkan garis batas atau titik akumulasi sebagai indikasi konvergensi barisan dalam ruang metrik tertentu.

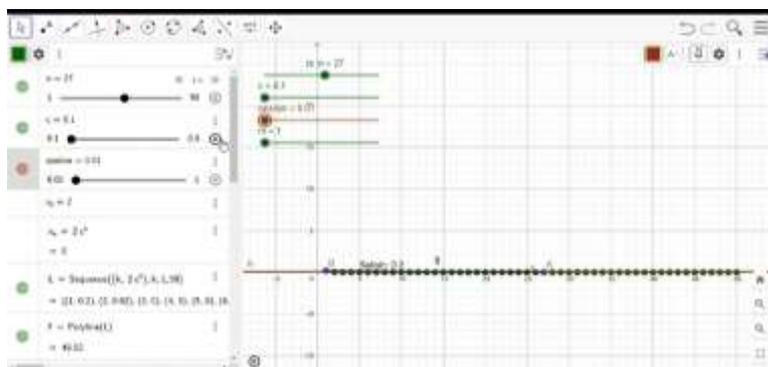
Pada visualisasi kriteria konvergensi Cauchy, GeoGebra digunakan untuk menunjukkan bagaimana perubahan nilai ϵ mempengaruhi jarak antara elemen-elemen dalam barisan. Namun, mahasiswa belum memanfaatkan fitur GeoGebra secara maksimal untuk menampilkan bagaimana suatu barisan Cauchy dapat berkonvergensi atau tidak dalam ruang metrik tertentu. Dengan menambahkan indikator visual seperti daerah ϵ lingkungan atau garis limit, pemahaman mengenai konvergensi akan lebih jelas (Muwahiddah et al., 2019).

Pada visualisasi barisan kontraktif, tampilan GeoGebra menunjukkan bahwa jarak antar elemen dalam barisan semakin mengecil, yang sesuai dengan sifat kontraktifnya. Namun, visualisasi tersebut masih dapat diperbaiki dengan menambahkan representasi titik tetap yang menjadi limit barisan dalam kasus ruang metrik lengkap. Dengan cara ini, mahasiswa dapat lebih memahami

Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang | Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif

bagaimana barisan kontraktif tidak hanya bersifat Cauchy tetapi juga pasti konvergen ke titik tetapnya.

Secara keseluruhan, mahasiswa telah menunjukkan pemahaman yang cukup baik dalam menjelaskan konsep barisan Cauchy, kriteria konvergensinya, serta kaitannya dengan barisan kontraktif. Namun, masih terdapat beberapa kelemahan dalam hal penggunaan definisi formal, penyusunan argumen matematis yang lebih rigor, serta keterkaitan dengan teorema lebih lanjut dalam analisis matematika. Mahasiswa perlu lebih terbiasa dengan cara membuktikan sifat-sifat barisan menggunakan pendekatan formal, serta lebih eksplisit dalam mengaitkan konsep yang dipelajari dengan implikasi lebih luas dalam ruang metrik. Selain itu, pemanfaatan GeoGebra dalam memvisualisasikan konsep-konsep yang dibahas dapat lebih ditingkatkan dengan menambahkan elemen-elemen visual yang menunjukkan aspek konvergensi dan keterkaitan dengan teori analisis lebih lanjut. Dengan perbaikan dalam aspek-aspek ini, pemahaman mahasiswa mengenai konsep-konsep dalam analisis real dapat semakin mendalam dan aplikatif.



Gambar 3. Grafik Barisan Kontraktif dan Barisan Cauchy

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa pemanfaatan Augmented Reality (AR) berbasis GeoGebra dalam pembelajaran Barisan Cauchy dan Kontraktif memberikan dampak positif terhadap pemahaman mahasiswa. Melalui visualisasi interaktif, mahasiswa dapat lebih mudah memahami bagaimana elemen dalam barisan semakin rapat seiring bertambahnya indeks, yang merupakan ciri utama barisan Cauchy. Selain itu, penggunaan GeoGebra juga meningkatkan ketepatan mahasiswa dalam menuliskan notasi matematis serta membantu mereka dalam menyusun pembuktian formal dengan lebih sistematis. Mahasiswa juga berhasil menghubungkan konsep barisan kontraktif dengan barisan Cauchy serta menunjukkan pemahaman yang baik dalam membuktikan bahwa setiap barisan kontraktif merupakan barisan Cauchy. Meskipun demikian, masih terdapat beberapa kelemahan, seperti kurangnya penggunaan definisi formal secara eksplisit dan kurang maksimalnya pemanfaatan fitur GeoGebra untuk menunjukkan konvergensi barisan dalam ruang metrik tertentu. Oleh karena itu, penggunaan teknologi AR dengan GeoGebra dapat terus dikembangkan untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran matematika, khususnya dalam memahami konsep-konsep abstrak dalam Analisis Real.

DAFTAR PUSTAKA

- Andriyani, A., & Buliali, J. L. (2021). Development learning media of circle using android-based augmented reality for the deaf students. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2), 170–185. <https://doi.org/10.33654/math.v7i2.1353>
- Arici, F., Yildirim, P., Caliklar, Ş., & Yilmaz, R. M. (2019). Research trends in the use of augmented reality in science education: Content and bibliometric mapping analysis. *Computers & Education*, Info Artikel : Diterima Maret 2025 | Disetujui April 2025 | Dipublikasikan April 2025

- Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang| Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif
142, 103647. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103647>
- Bursali, H., & Yilmaz, R. M. (2019). Effect of augmented reality applications on secondary school students' reading comprehension and learning permanency. *Computers in Human Behavior*, 95, 126–135. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.chb.2019.01.035>
- Chang, S.-C., & Hwang, G.-J. (2018). Impacts of an augmented reality-based flipped learning guiding approach on students' scientific project performance and perceptions. *Computers & Education*, 125, 226–239. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.06.007>
- Chusna, A., Setiadi, A. D., Amalia, E., & Fajaroh, F. (2021). Studi Literatur Penerapan Augmented Reality Dalam Pembelajaran Kimia: Keunggulan, Manfaat Dan Aplikasinya. *Lomba Karya Tulis Ilmiah*, 2(1), 71–84. <https://doi.org/https://journal.itelkom-sby.ac.id/lkti/article/view/149>
- Crispin, A. R. (2024). Virtual/Augmented Reality: Konsep, Implementasi dan Pengujian. *PUBLISH BUKU UNPRI PRESS ISBN*, 1(2). <https://doi.org/10.51622/pengabdian.v2i1.192>
- Efendi, M. Y., Lutfi, I., Utami, I. W. P., & Jati, S. S. P. (2018). Pengembangan Media Pembelajaran Sejarah Augmented Reality Card (ARC) berbasis pada Pokok Materi Peninggalan Kerajaan Singhasari untuk Peserta Didik Kelas X KPR 1 SMK Negeri 11 Malang. *Jurnal Pendidikan Sejarah Indonesia*, 176–187.
- Guntur, M. I. S., Setyaningrum, W., Retnawati, H., & Marsigit. (2020). Can augmented reality improve problem-solving and spatial skill? *Journal of Physics: Conference Series*, 1581(1), 012063. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1581/1/012063>
- Hendriyani, Y., Effendi, H., Novaliendry, D., & Effendi, H. (2019). Augmented Reality Sebagai Media Pembelajaran Inovatif Di Era Revolusi Industri 4.0. *Jurnal Teknologi Informasi dan Pendidikan*, 12(2), 63–68. <https://doi.org/10.24036/tip.v12i2.244>
- Hidayat, T. (2015). Penerapan Teknologi Augmented Reality Sebagai Model Media Edukasi Kesehatan Gigi Bagi Anak. *Creative Information Technology Journal*, 2(1), 77. <https://doi.org/10.24076/citec.2014v2i1.39>
- Hsu, H.-P., Wenting, Z., & Hughes, J. E. (2019). Developing Elementary Students' Digital Literacy Through Augmented Reality Creation: Insights From a Longitudinal Analysis of Questionnaires, Interviews, and Projects. *Journal of Educational Computing Research*, 57(6), 1400–1435. <https://doi.org/10.1177/0735633118794515>
- Kartini, K., Sudirman, S., & Lestari, W. D. (2020). Pembelajaran Geometri Berbantuan Aplikasi Mobile Augmented Reality Pada Siswa Ekstrovert Dan Introvert. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 6(2), 139. <https://doi.org/10.25134/jes-mat.v6i2.2709>
- Lai, A., Chen, C., & Lee, G. (2019). An augmented reality-based learning approach to enhancing students' science reading performances from the perspective of the cognitive load theory. *British Journal of Educational Technology*, 50(1), 232–247. <https://doi.org/10.1111/bjet.12716>
- Lestari, A. A., Nyoto, R. D., & Sukanto, A. S. (2018). Implementasi Augmented Reality Pada Mata Pelajaran Biologi Untuk Pengenalan Alat Indra Manusia Dengan Menggunakan Metode Marker. *Jurnal Sistem dan Teknologi Informasi (JustIN)*, 6(1), 32. <https://doi.org/10.26418/justin.v6i1.23740>
- Mourtzis, D., Siatras, V., Angelopoulos, J., & Panopoulos, N. (2020). An Augmented Reality Collaborative Product Design Cloud-Based Platform in the Context of Learning Factory. *Procedia Manufacturing*, 45, 546–551. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.04.076>
- Mursyidah, D. (2022). Aplikasi Berbasis Augmented Reality sebagai Upaya Pengenalan Bangun Ruang bagi Siswa Sekolah Dasar. *Tunas Nusantara*, 4(1), 427–433. <https://doi.org/https://doi.org/10.34001/jtn.v4i1.2941>
- Muwahiddah, U., Asikin, M., & Mariani, S. (2019). Project Based Learning Berbasis Etnomatematika

- Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang| Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif Berbantuan Augmented Reality Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri. *Seminar Nasional Pendidikan Matematika Ahmad Dahlan*, 6. <http://dx.doi.org/10.17977/jptpp.v7i5.15238>
- Nelson, S., Darni, R., & Haris, F. (2022). Development Augmented Reality (AR) Learning Media for Pencak Silat Course at Faculty of Sports and Science Universitas Negeri Padang. *Educational Administration: Theory and Practice*, 28(01), 37–46.
- Noviani, E., & Fajri, B. R. (2022). Rancang Bangun Media Interaktif Augmented Reality Pengenalan Gerak Dasar Pencak Silat. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 6(2), 12553–12561. <https://doi.org/https://www.jptam.org/index.php/jptam/article/view/3756>
- Nurwijaya, S. (2022). Pengaruh Model Pembelajaran Problem Based Learning Berbantuan Augmented Reality Terhadap Kemampuan Spasial Siswa. *EQUALS: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(2), 107–116. <https://doi.org/10.46918/equals.v5i2.1563>
- Nuryana, E., & Wintarti, A. (2022). Development Of Electronic Module With Augmented Reality On Pyramid For VIII Grade. *Mathedunesa*, 11(3), 894–903. <https://doi.org/https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v11n3.p894-903>
- Pangestu, A., Susanti, E., & Setyaningrum, W. (2019). Pemanfaatan media pembelajaran berbasis augmented reality (AR) pada penalaran spasial siswa. *Prosiding Seminar Pendidikan Matematika dan Matematika*, 1, 205–210. <https://doi.org/https://doi.org/10.21831/pspmm.v1i0.39>
- Prasetyo, T., Setyosari, P., & Sihakabuden, S. (2018). Pengembangan Media Augmented Reality Untuk Program Keahlian Teknik Gambar Bangunan Di Sekolah Menengah Kejuruan. *JINOTEP (Jurnal Inovasi dan Teknologi Pembelajaran) Kajian dan Riset dalam Teknologi Pembelajaran*, 4(1), 37–46. <https://doi.org/10.17977/um031v4i12017p037>
- Qomario, Q., Tohir, A., & Prastyo, C. (2022). Math poster with augment reality to increase learning outcome of students' high school. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 5(1), 69–73. <https://doi.org/10.33122/ijtmer.v5i1.106>
- Riani, A., Utomo, E., & Nuraini, S. (2021). Development of Local Wisdom Augmented Reality (AR) Media in Elementary Schools. *International Journal of Multicultural and Multireligious Understanding*, 8(6), 154–162. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.18415/ijmmu.v8i6.2735>
- Sara, J. A., & Danawak, Y. (2021). Kajian Media Pembelajaran Augmented Reality (AR) dalam Pembelajaran Bangun Ruang. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Sains*, 3(1), 240–247. <https://prosiding.biounwir.ac.id/article/view/200>
- Suciliyana, Y., & Rahman, L. O. A. (2020). Augmented Reality Sebagai Media Pendidikan Kesehatan Untuk Anak Usia Sekolah. *Jurnal Surya Muda*, 2(1), 39–53. <https://doi.org/10.38102/jsm.v2i1.51>
- Sukma, L. R. G., Prayitno, S., Baidowi, B., & Amrullah, A. (2022). Pengembangan Aplikasi Augmented Reality sebagai Media Pembelajaran Materi Bangun Ruang Sisi Datar Kelas VIII SMP Negeri 13 Mataram. *PALAPA*, 10(2), 198–216. <https://doi.org/10.36088/palapa.v10i2.1897>
- Theodoropoulos, A., & Lepouras, G. (2021). Augmented Reality and programming education: A systematic review. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 30, 100335. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2021.100335>
- Turan, Z., Meral, E., & Sahin, I. F. (2018). The impact of mobile augmented reality in geography education: achievements, cognitive loads and views of university students. *Journal of Geography in Higher Education*, 42(3), 427–441. <https://doi.org/10.1080/03098265.2018.1455174>
- Untari, R. S., Hasanah, F. N., Wardana, M. D. K., & Andhita, K. (2022). Effect of Augmented Reality (AR) on Problem Solving Ability in 3D Spatial Modeling in Elementary Schools. *Procedia of Social Sciences and Humanities*, 3, 1476–1480. <https://doi.org/https://doi.org/10.21070/pssh.v3i.369>

- Agnes Venita Gultom, Chintia Utami, Hany Mory Ferbiona Br Purba, Michael Christian Simanullang| Pemanfaatan Augmented Reality Dengan Geogebra Dalam Menganalisis Pemahaman Mahasiswa Matematika Terhadap Barisan Cauchy Dan Kontraktif
- Untari, R. S., Hasanah, F. N., Wardana, M. D. K., & Jazuli, M. I. (2022). Pengembangan Augmented Reality (AR) Berbasis Android Pada Pembelajaran Pemodelan Bangun Ruang 3D. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 7(5), 190. <https://doi.org/10.17977/jptpp.v7i5.15238>
- Widyasari, N., & Mastura, L. I. (2020). Improving Geometry Thinking Ability through Augmented Reality Based Learning Media. *Eduma : Mathematics Education Learning and Teaching*, 9(1), 80. <https://doi.org/10.24235/eduma.v9i1.5304>